

التمرين الأول (3 ن)

في الفضاء  $\mathbb{E}$  المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر نعتبر النقط  $A(0,1,1)$  و  $B(1,1,0)$  و  $C(0,-1,-1)$ .

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$$

السؤال  
التنقية

0,5

(1) احسب (a) استنتاج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  غير مستقيمية.

0,25

(2) تحقق أن معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  هي  $x - y + z = 0$ .

0,5

(3) لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها هي  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ .

0,5

(a) حدد مركز وشعاع  $(S)$ .

0,5

(b) بين أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$ .

0,25

(c) حدد مركز وشعاع  $(\Gamma)$ .

0,5

(4) حدد معادلة ديكارتية لكل من المستويين الموازيين للمستوى  $(ABC)$  و المماسين للفلكة  $(S)$ .

0,5

التمرين الثاني (3,5 ن)

نعتبر المعادلة:  $(E): z \in \mathbb{C}; z^2 - (\sqrt{3} + 3i)z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$

(1) (a) حدد الشكل الجبri للعدد العقدي  $(-\sqrt{3} + i)^2$ 

0,25

(b) حل المعادلة  $(E)$ .

0,5

(2) في المستوى العقدي  $P$  المنسوب إلى معلم متعمد منظم  $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحقها هي:

$a = 2i$  و  $b = \sqrt{3} + 3i$  و  $c = \sqrt{3} + i$  على التوالي.

(a) اكتب  $b$  و  $c$  على الشكل المثلثي.

0,5

(b) أنشئ النقط  $A$  و  $B$  و  $C$ 

0,5

(3) (a) اكتب العدد  $\left(\frac{b-a}{c-a}\right)$  على الشكل المثلثي

0,5

(b) استنتاج طبيعة المثلث  $ABC$ .

0,5

(4) (a) تتحقق أن  $b = c - a$ 

0,25

(b) استنتاج طبيعة الرباعي  $OBCA$ .

0,5

التمرين الثالث (1,5 ن)

صندوق  $A$  يضم 3 كرات تحمل الرقم 0 و كرتين تحملان الرقم 1 و صندوق  $B$  يضم كرتين تحملان الرقم 0 و كرتين تحملان الرقم 1. نسحب بالتناوب وبدون إحلال كرتين من  $A$  ثم نسحب كرة واحدة من  $B$ .

(1) ما هو عدد النتائج الممكنة

0,5

(2) ما هو عدد النتائج التي تكون فيها الكرات الثلاث تحمل الرقم 0.

0,5

(3) ما هو عدد النتائج التي يكون فيها مجموع أرقام الكرات الثلاث يساوي 2.

0,5

التمرين الرابع (2 ن)

(1) احسب التكاملين:  $\int_e^{e^2} \left( \frac{1}{x \ln(x)} \right) dx$  و  $\int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$

1

(2) ليكن  $x \in \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right]$

$\cdot \frac{1}{\sin^2(x)} = \frac{1 + \tan^2(x)}{\tan^2(x)}$  تتحقق أن:

0,25

(b) احسب  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \left( \frac{1}{\sin^2(x)} \right) dx$

0,25

(3) باستعمال المتكاملة بالأجزاء مرتبين احسب التكامل  $J = \int_1^e \cos(\pi \ln(x)) dx$

0,5

مسألة (10 ن)سلام  
التنقيطالجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي	0,5
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$	
(2) (a) احسب $(g'(x))'$ لكل $x \in \mathbb{R}$ . (b) وضع جدول تغيرات الدالة $g$ .	0,25 0,25
(c) استنتج أنه: $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ , $g(x) > 0$	0,5
(3) بين أن للمعادلة $[1,2] \ni x \in \mathbb{R}, g(x) = x$ حل واحداً في المجال $[1,2]$ .	0,75

الجزء الثاني:

لتكن الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ بحيث	
$f(x) = e^{-x} + \ln(x+1); x \geq 0$	
$f(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} + 1; x < 0$	
ول يكن $(C_f)$ المنحني الممثل للدالة $f$ في المستوى $P$ المنسوب إلى معلم متعمد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .	
(1) حدد $D_f$ ونهايتي $f$ عند $+\infty$ و $-\infty$ .	0,75
(2) بين أن: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left( \frac{f(x) - f(0)}{x} \right) = 0$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left( \frac{f(x) - f(0)}{x} \right) = 0$	1,25
(3) (a) بين أنه: $(\forall x \in ]0, +\infty[)$ , $f'(x) = \frac{e^{-x} g(x)}{(x+1)}$ (b) احسب $(f'(x))'$ لكل $x \in ]-\infty, 0[$ و بين أن إشارتها هي إشارة $(1)$ على هذا المجال. (c) وضع جدول التغيرات للدالة $f$ .	0,25 0,5 0,5
(4) (a) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (b) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني $(C_f)$ . (c) أنشئ المنحني $(C_f)$ .	0,25 0,5 1
(5) احسب مساحة الحيز $(\Delta)$ المحصور بين المنحني $(C_f)$ و محور الأفاسيل و المستقيمان اللذان معادلتهما هي $x = 0$ و $x = 1$ .	0,5

الجزء الثالث:

لتكن المتتالية العددية $(U_n)$ المعرفة بما يلي :	
$\begin{cases} U_0 = \ln(2) \\ (\forall n \in \mathbb{N}), U_{n+1} = g(U_n) \end{cases}$	
(1) احسب $U_1$ وتحقق أن $\alpha < U_0 < U_1 < 0$ هو العدد الوارد في السؤال الثالث من الجزء الأول.	0,5
(2) بين أنه: $\alpha < U_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ , (3) بين أن $(U_n)$ تنقصصية. (4) استنتج أن $(U_n)$ متقاربة و احسب نهايتها.	0,5 0,5 0,5 0,75